DIGITALES ARCHIV

ZBW – Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
ZBW – Leibniz Information Centre for Economics

Martínez Vázquez, David Conaly; Pacheco, Christian Bucio; Calisto, Edgar Ortiz

Article

Cópulas dinámicas en el índice de morosidad del crédito al consumo en México : = Dynamic copulas in the defaulting index of the consumer credit in Mexico

Lúmina

Provided in Cooperation with:
Universidad de Manizales

Reference: Martínez Vázquez, David Conaly/Pacheco, Christian Bucio et. al. (2021). Cópulas dinámicas en el índice de morosidad del crédito al consumo en México : = Dynamic copulas in the defaulting index of the consumer credit in Mexico. In: Lúmina 22 (1), S. 1 - 21. https://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/Lumina/article/download/4132/6438/28146. doi:10.30554/lumina.v22.n1.4132.2021.

This Version is available at:
http://hdl.handle.net/11159/8545

Kontakt/Contact
ZBW – Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft/Leibniz Information Centre for Economics
Düsternbrooker Weg 120
24105 Kiel (Germany)
E-Mail: *rights[at]zbw.eu*
https://www.zbw.eu/econis-archiv/

Standard-Nutzungsbedingungen:
Dieses Dokument darf zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen. Sofern für das Dokument eine Open-Content-Lizenz verwendet wurde, so gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:
This document may be saved and copied for your personal and scholarly purposes. You are not to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public. If the document is made available under a Creative Commons Licence you may exercise further usage rights as specified in the licence.

https://zbw.eu/econis-archiv/termsofuse

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Lúmina 22.
DOI: https://doi.org/10.30554/lumina.v22.n1.4132.2021

Cópulas dinámicas en el índice de morosidad del crédito al consumo en México

Dynamic copulas in the defaulting index of the consumer credit in Mexico

Copulas dinâmicas no índice de delinquência de crédito ao consumidor do México

***David Conaly Martínez Vázquez*[1]**
***Christian Bucio Pacheco*[2]**
***Edgar Ortiz Calisto*[3]**

Resumen

La presente investigación emplea la teoría de cópulas con ventanas móviles, para analizar el comportamiento del índice de morosidad (IMOR) del crédito al consumo para una muestra de cinco de los principales bancos que operan en México en el horizonte temporal de mayo de 2001 a octubre de 2020. Se busca analizar si existe alguna relación entre las carteras vencidas de estos bancos, primordialmente en periodos de inestabilidad y crisis; como resultado de prácticas crediticias similares

Recibido: 9 de julio de 2020; Aceptado: 20 de enero de 2021

Para citar este artículo:

Martínez-Vázquez, D., Bucio-Pacheco, C. & Ortiz-Calisto, E. (2021). Cópulas dinámicas en el índice de morosidad del crédito al consumo en México. *Lúmina,* 22(1), E0001. https://doi.org/10.30554/lumina.v22.n1.4132.2021

Copyright: © Esta revista provee acceso libre, gratuito e inmediato a su contenido bajo el principio de hacer disponible la investigación al público. Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0).

1 Universidad de la Costa (UNCOS). Carretera al Libramiento Paraje de Las Pulgas, Santiago Pinotepa Nacional, Distrito Jamiltepec, C.P. 71600, Oaxaca, México. Correo electrónico: david.martinez@uncos.edu.mx. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3337-7165

2 Universidad Autónoma del Estado de México. Marfagones #7, Col. Urbi Villa del Rey, Mpio. Huehuetoca, C.P. 54680. Correo electrónico: cbuciop@uaemex.mx. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0860-199X

3 Universidad Nacional Autónoma de México. Costado del Atrio de San Francisco #40, Col. Cuadrante de San Francisco, Del. Coyoacán, C.P. 04320. Correo electrónico: edgaro@unam.mx. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5486-2982

y factores estructurales en la economía tal dependencia puede generar un riesgo sistémico que conlleve a una crisis generalizada de la economía. La ponderación de esta relación es llevada a cabo vía el parámetro de dependencia Tau de Kendall de las funciones cópula de la familia elíptica. Los resultados empíricos demuestran que existe cierta similitud en el comportamiento de los patrones de dependencia entre estos índices, sobre todo en períodos de inestabilidad financiera. La evidencia también sugiere medir continuamente la dependencia entre los índices de morosidad bancarios con modelos que precisen sus cambios y niveles como la teoría de copulas utilizada en el presente estudio; igualmente, también insinúa una cuidadosa administración del riesgo de crédito, así como una permanente supervisión preventiva por parte de las autoridades regulatorias.

Palabras clave: Teoría de cópulas; índice de morosidad al crédito; crédito al consumo.

Abstract

This research applies the theory of copulas with mobile windows, to analyze the behavior of the consumer credit delinquency index (IMOR) for a sample of five of the main banks operating in Mexico for the period May 2001 to October 2020. It seeks to analyze whether there is any relationship between the overdue portfolios of these banks, mainly in periods of instability induced by similar credit practices, or else by some structural factors in the economy; such dependence can create a systemic risk that results in a widespread crisis in the economy. The weighting of this relationship is carried out via Kendall's Tau dependency parameter of the copula functions of the elliptical family. Empirical results show that there is some similarity in the behavioral patterns of dependence between these indices, especially in periods of financial instability. The evidence also suggests measuring continuously dependence between credit delinquency indices employing models that precise their changes and levels, such as copula theory used in this study; it also implies careful credit risk management, as well as ongoing preventive supervision by regulatory authorities.

Keywords: Copula theory, credit delinquency index, consumer credit.

Resumo

Esta pesquisa utiliza a teoria de copulas com janelas móveis, para analisar o comportamento do índice de delinquência de crédito ao consumidor (IMOR) para uma amostra de cinco dos principais bancos que operam no México no horizonte temporal de maio de 2001 a outubro de 2020. Busca analisar se há alguma relação entre as carteiras atrasadas desses bancos, principalmente em períodos de instabilidade; como resultado de práticas de crédito semelhantes ou fatores estruturais na economia, tal dependência pode criar um risco sistêmico que resulta em uma crise generalizada na economia. A ponderação dessa relação é realizada através do parâmetro de dependência Tau de Kendall das funções de cópula da família elíptica. Os resultados empíricos mostram que há alguma semelhança no comportamento dos padrões de dependência entre esses índices, especialmente em períodos de instabilidade financeira. As evidências também sugerem medir continuamente a dependência entre taxas de delinquência bancária com modelos que requerem

suas variações e níveis como a teoria da copula utilizada neste estudo; também sugere uma gestão cuidadosa do risco de crédito, bem como a supervisão preventiva contínua por parte das autoridades reguladoras.

Palavras-chave: Teoria da copulas; índice de delinquência de crédito; crédito ao consumidor.

JEL: C1; C6; G2

Introducción

En las últimas décadas la situación económica mundial se ha visto afectada por recurrentes crisis, las cuales han generado desequilibrios económicos y múltiples problemas a nivel mundial. En particular, en lo que a América Latina se refiere, existe una marcada volatilidad en los mercados e instituciones financieras, una profundización en la desigualdad en la distribución del ingreso y reveses en los niveles de desarrollo y bienestar de la población. En el caso de México, los salarios bajos y los problemas de desempleo se han exacerbado con las diversas crisis; ante ello, para incrementar sus ingresos y sobreponer sus carencias, grandes sectores de la clase media se han visto orillados a recurrir al crédito bancario, distintas variantes del crédito al consumo, pero con una creciente disminución de su capacidad de pago. La banca, por su parte ha adolecido de débiles prácticas crediticias otorgando créditos indiscriminadamente y sin un adecuado análisis crediticio, prácticas verdaderamente oligopólicas y predatorias (Raccanello y Romero, 2012; Basilio y López, 2017). Bajo estas circunstancias económicas se incrementa la morosidad de los acreditados. La asociación entre estos hechos, en especial entre la morosidad bancaria puede generar un riesgo sistémico que conlleve a una crisis generalizada de la economía que debe prevenirse y evitarse.

El deterioro de las políticas crediticias de los bancos se debe a diversos factores, de entre los que destacan, el débil grado de competitividad con el que operan tanto a nivel nacional como internacional, así como a las características estructurales de la economía donde operan. Así, las débiles prácticas crediticias bancarias propician el incremento en la cartera vencida de la banca lo cual es una señal de fragilidad en la actividad económico-financiera de un país; en términos generales, esta situación afecta la dinámica productiva e inhibe su estabilidad y crecimiento.

El objetivo del presente artículo es analizar el comportamiento del índice de morosidad (IMOR) del crédito al consumo de cinco principales bancos que operan en México. En sí, se estima y se analiza la relación en estas instituciones en lo que respecta a su cartera vencida a través de su índice de morosidad del crédito al consumo. Lo anterior para demostrar la hipótesis que en México la banca sigue políticas similares, oligopólicas

de comercialización del crédito, a pesar de ser dirigidas por consejos de administración de países distintos, lo qué, aunado a las condiciones económicas con creciente incapacidad de pago por parte de los acreditados generan incrementos significativos en la cartera vencida. En otras palabras, se pretende indagar si existe alguna relación entre las carteras vencidas de estos bancos como resultado de prácticas equiparables de comercialización y de factores estructurales en la economía.

La postura de esta investigación es que el crédito bancario al estar vinculado con todas las operaciones comerciales y financieras que se realizan en una economía facilita la negociación y extensión de temporalidad entre las operaciones comerciales que influyen en el crecimiento económico. La labor de estas instituciones es fundamental para potencializar el desarrollo de las relaciones comerciales a niveles microeconómicos y macroeconómicos. Sin embargo, es importante destacar que el otorgamiento de financiamiento debe ser focalizado al incremento de la producción o inversión, puesto que, de otro modo, se destinaría a actividades no productivas como son el gasto corriente (político) del gobierno, e incluso de empresas e individuos. Este desvío del financiamiento conlleva a un *crowding out effect* que disminuye la capacidad crediticia de los bancos y limita el crecimiento de las inversiones reales debido al alza en las tasas de interés; igualmente, el alza en las tasas de interés decrementa la capacidad de pago de los acreditados de tal forma que los índices de morosidad se incrementan.

El artículo se sustenta en el análisis de la relación entre los índices de morosidad mediante la aplicación de teoría de cópulas, incorporando la característica dinámica de la metodología de ventanas móviles (Time Varying) al índice IMOR-Consumo de cinco de los principales bancos que operan en México: BBVA Bancomer, Banamex, Banorte, HSBC y Scotiabank. Dicho análisis es llevado a cabo mediante la estimación del parámetro de dependencia Tau de Kendall de las funciones cópula, con la característica de que las funciones marginales utilizadas en la estimación asumen un suavizamiento Kernel Gaussiano. Por lo anterior y debido a que se trabaja con un índice, se calcula sus cambios (primeras diferencias), para estimar la dependencia vía cópulas bivariadas. Cabe señalar que se eligió a la teoría de cópulas reconociendo sus ventajas sobre los coeficientes tradicionales de correlación para determinar el grado de asociación que existe de cada banco con los demás tomando en consideración como cada banco tiene estipulado un comportamiento especifico dada la estructura de su índice IMOR.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en la siguiente sección se desarrolla el marco teórico de la investigación; consecutivamente, se expone la metodología; posteriormente se hace un análisis de los resultados empíricos y por último, las conclusiones y reflexiones finales.

1. Revisión de la literatura

El principal riesgo dentro del crédito bancario, es el impago, es decir la posibilidad de que frente a alguna obligación contraída, el acreditado incurra en la posibilidad de no poder hacer frente a las obligaciones contraídas. Si consideramos el crédito al consumo, tema central de este artículo, es evidente que el crecimiento de la morosidad en este tipo de financiamiento no-productivo, es una señal de deterioro de la actividad económica en la población y de la débil política crediticia de los bancos que otorgan dicho financiamiento. Al respecto se genera una breve revisión de la literatura.

Chavarín (2015), hace una crítica sobre el volumen de financiamiento que se otorga en México, considerando como variable fundamental el índice de morosidad de los prestatarios, ya que éste afecta de forma negativa la rentabilidad obtenida por los bancos; Chavarín utiliza un modelo estático con estimadores Hausman-Taylor y un modelo de panel dinámico con estimadores Arellano-Bover/Blundell-Bond. Díaz (2014), identifica por su parte, factores relevantes en el fenómeno del impago o mora que pueden generar esta acción en términos empresariales, como la posición de fuerza en el mercado (hay empresas que no ponen condiciones de pago debido al temor de perder posicionamiento en el mercado) y la falta de conocimiento de los deudores de algún otro instrumento o mecánica para no caer en morosidad.

Por su parte Valdiviezo (2019) desarrolla un modelo de Credit Scoring para la evaluación del riesgo crediticio de la cartera de créditos de consumo de la Caja Municipal de Ahorro y Crédito de Trujillo-Perú, en el periodo 2011 al 2018, y estima mediante una regresión logística la probabilidad de incumplimiento de los solicitantes de un préstamo. Díaz y Del Valle (2017), analizan el riesgo financiero de los créditos al consumo del sistema bancario de Venezuela en el período 2008-2015. Su investigación se fundamenta en análisis descriptivo con un diseño longitudinal de la tendencia. Los créditos al consumo representan el 21% de la economía bancaria; estos créditos crecieron en promedio anual 17%, los indicadores morosidad y cobertura a cartera total muestran una tendencia hacia la baja.

Contreras (2020) estudia el efecto de la morosidad de los tarjetahabientes en la liquidez y rentabilidad de la banca en Venezuela, en el periodo de 2015 a 2019, resaltando que, son las políticas económicas del gobierno en Venezuela lo que provoca que la población utilice este tipo de crédito para subsanar su consumo diario y no a largo plazo. Saiag (2020), aborda lo que fue el acceso del crédito al consumo de sectores populares de Argentina, durante administraciones Kirchneristas, que por falta de solidez en sus ingresos no habían podido adquirirlo; lejos de verlo como un progreso financiero, se contextualiza en un situación de explotación "…*los empujan a endeudarse al mismo tiempo que dificultan el reembolso a tiempo de los créditos, y, por lo tanto, aumentan sus costos*".

Un análisis detallado de cómo afecta la variable morosidad de un banco a los demás, así como a otras variables dentro de una economía, es esencial dentro del análisis crediticio para la correcta administración de riesgo y alertas tempranas de saneamiento. Para esto, existen diversos métodos para medir el grado de relación, ya sea lineal o no lineal entre variables aleatorias, por mencionar algunos: el análisis de regresión, los coeficientes de correlación (coeficiente de correlación de Pearson, coeficiente de correlación de Spearman y coeficiente de correlación de Kendall) y las funciones cópula. A excepción del último, en todos los demás una correlación igual a cero no implica necesariamente independencia de las variables aleatorias.

Tradicionalmente, el coeficiente de correlación de Pearson ha sido utilizado para describir este fenómeno, sin embargo, este coeficiente presenta varios inconvenientes. En primer orden, sólo es aplicable a cierto tipo de distribuciones, puesto que representa la relación lineal entre dos variables únicamente, y no proporciona información adicional sobre el comportamiento de estas; el estadístico que genera es un valor numérico acotado entre el intervalo [-1, 1]. Por tanto, su uso en finanzas y economía no es el más adecuado, puesto que en las series financieras existen comportamientos disímiles al lineal, en especial en economías Latinoamericanas, donde existe una mayor probabilidad de impago y desequilibrios económicos estructurales que provocan una alta volatilidad en el mercado.

Debido a esto, en la práctica resulta más enriquecedor conocer cómo una serie de funciones marginales, conformadas por el comportamiento de variables económicas, afectan a una función de distribución conjunta, es decir, que describan una estructura de dependencia sobre algún fenómeno aleatorio. Esta correspondencia fue analizada por Sklar a mediados del siglo pasado, y se encuentra descrita mediante una función con ciertas características especiales, llamada cópula (Sklar, 1959); el termino cópula fue utilizado por primera vez en el teorema de Sklar.

Este teorema es el fundamento para que en décadas recientes se haya potencializado el desarrollo y aplicaciones de las funciones cópula ya que con ellas es posible medir y analizar la estructura de dependencia de variables aleatorias que no necesariamente provengan de una misma función de distribución. En otras palabras la función cópula permite que se vinculen (copulen) dos o más vectores de variables aleatorias y que de ello se obtengan un ponderador estipulando el grado de relación existente entre las variables aleatorias que se estén analizando (Úbeda & Fernández, 2017). En concreto, han sido plenamente utilizadas en la toma de decisiones de riesgos financieros, riesgo de crédito, análisis de riesgo actuarial, etc.

Maldonado y Pazmiño (2008), exponen diversos modelos de riesgo de crédito en un portafolio de crédito automotriz en el mercado ecuatoriano, apoyando su investigación mediante estas funciones, en específico la familia

elíptica para medir el grado de dependencia de variables financieras y la distribución de las pérdidas del portafolio.

Es importante puntualizar que el presente trabajo es pionero en el análisis del grado de dependencia del índice de morosidad de instituciones bancarias en América Latina con funciones cópula. Además, es una técnica muy idónea para la región debido a su alta volatilidad y probabilidad de impago, lo cual dificulta hacer análisis de este tipo con metodologías tradicionales de análisis de correlación. Por lo tanto, es necesario el uso de herramientas que capturen estos periodos de alta volatilidad sin las restricciones de linealidad o normalidad como las que estipula el modelo tradicional de correlación lineal de Pearson. En consecuencia, las cópulas han modificado la percepción de medición de la relación entre variables aleatorias, por esta razón, en este trabajo se propone esta metodología para el análisis de la relación entre los índices de morosidad de crédito al consumo.

Cabe mencionar que, en este trabajo previo a la estimación de las cópulas se hará uso de un Kernel Gaussiano para determinar la estructura de las distribuciones las marginales (i.e., de las variables aleatorias bajo estudio, que en este caso son los índices IMOR). Se propone y se analiza de esta manera para facilitar la adecuación de la estructura de la distribución, que, aunque no lineal, a través del ajuste Kernel se obtiene una óptima aproximación del comportamiento distribucional. Una vez que se tienen las marginales ajustadas por el Kernel propuesto se prosigue con la estimación de las cópulas, que en este caso serán cópulas de la familia elíptica; se opta por el solo uso de esta familia de cópulas como primer acercamiento y dada la trascendencia que tiene esta familia de cópulas en el argot financiero.

Posteriormente a la estimación de los parámetros de las cópulas se estima el parámetro de dependencia tau de Kendall el cual tiene la característica de provenir de una estructura segmentada por rangos denominados correlación de rango; este estimador es viable cuando se tienen *clusters* de volatilidad (característicos en las series financieras). Dado todo lo anterior y principalmente debido a la característica no lineal y volátil de los índices IMOR es indudable la pertinencia del uso de la teoría de cópulas para determinar el grado de relación existente en la morosidad al crédito al consumo de los bancos mexicanos propuestos. Finalmente, para tener una mejor noción de esta relación se realizan estimaciones a través de ventanas móviles para así obtener una explicación dinámica sobre el comportamiento de la relación a través del tiempo.

2. Metodología

Para analizar el grado de dependencia entre los índices de morosidad (IMOR) dentro del crédito al consumo de los bancos seleccionados, se obtuvo dicho estadístico a partir de los reportes oficiales de Razones Finan-

cieras: mensuales de la banca múltiple de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, donde la construcción de este indicador es de la siguiente forma:

$$IMOR\ crédito\ al\ consumo\ = \left[\frac{Cartera\ vencida\ crédito\ al\ consumo}{Cartera\ total\ crédito\ al\ consumo}\right] * 100 \qquad (1)$$

Una vez obtenidos los índices IMOR de crédito al consumo, de cada uno de los bancos, i.e, , se calculan las variaciones de estos valores (estadísticamente denominadas primeras diferencias), para la posterior aplicación de la metodología de cópulas con ventanas móviles; esto permite vincular estos índices y obtener de esta manera una estimación de la magnitud de su relación. El teorema de Sklar establece la generación de una función cópula, la cual permite el vínculo entre variables aleatorias, en este caso entre los índices IMOR de crédito al consumo.

2.1. Teorema de Sklar

Sea una función de distribución n-dimensional G con distribuciones marginales continuas G_1,..., G_n, existe una única n-cópula, C:$[0,1]^n \rightarrow [0,1]$, tal que:

$$G(X_1, \dots, X_n) = C\ (G_1(X_1), \dots G_n(X_n)) \qquad (2)$$

Por tanto, la función cópula “”, une las marginales para generar una función de distribución multivariada.

En este trabajo se analizan cópulas bivariadas, es decir, cópulas compuestas sólo por dos funciones de distribución marginal. Por ello, es importante indicar las propiedades que debe cumplir una cópula bivariada.

Cópula bivariada

Una función cópula bivariada C, debe cumplir:

a) Condiciones de frontera

$$C(u,0) = 0 = C(0,v) \qquad (3)$$

$$C(u,1) = u \ ; \ C(1,v) = v \qquad (4)$$

Donde u, v son las marginales de la función de distribución conjunta $G_{xy}\ (x,y)=C_{xy}\ (u,v)$, haciendo un cambio de variable de

$$G_x \rightarrow u$$

$$G_y \rightarrow v$$

b) Propiedad 2 -creciente

Si tomamos valores $u_1 \leq u_2$ y $v_1 \leq v_2$

$$C_{(u2,v2)} - C_{(u2,v1)} - C_{(u1,v2)} + C_{(u1,v1)} \ \geq 0 \qquad (5)$$

Si se cumple todo lo anterior, es función cópula bivariada.

Es importante reiterar que, a partir de los datos de los bancos seleccionados, se realizó una suavización a sus funciones de distribución marginales (el estadístico IMOR de cada banco) utilizando un ajuste Kernel Gausiano, para después vía estos poder construir las funciones cópulas bivariadas.

2.2. Distribución Kernel Gaussiana

La distribución Kernel es una representación no paramétrica de una función de densidad de una variable aleatoria, en este caso de los índices IMOR de crédito al consumo. Principalmente la distribución Kernel se utiliza cuando una distribución paramétrica no puede describir correctamente los datos, o cuando se desea evitar hacer supuestos sobre la distribución de estos datos. Una distribución Kernel está definida por una función de suavizamiento y un valor de ancho de banda, que controlan la suavidad de la curva de densidad resultante (Hill, 1985 & Zuchini, 2003).

En sí, sea una variable aleatoria, el estimador de densidad Kernel está dado por,

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \qquad (6)$$

donde $x_1,\ldots,x_n$, son los valores aleatorios de una función de distribución desconocida, n es el tamaño de la muestra, $K(\cdot)$ es la función de suavizamiento Kernel y h es el ancho de banda.

En este trabajo se emplea una función de distribución Gaussiana en el suavizamiento Kernel; así, el ajuste (suavización) a las funciones de distribución marginales (el estadístico IMOR de cada banco) a ser utilizadas, es estipulado como un ajuste Kernel Gausiano.

Determinadas las funciones marginales a ser utilizadas en la metodología de cópula, es necesario establecer qué cópulas serán estimadas en este trabajo. Estas cópulas, como se anotó anteriormente son cópulas bivariadas pertenecientes a la familia de cópulas elípticas: la cópula normal y la cópula t-Student. A continuación, se define a cada una de ellas.

Cópula Gaussiana

La cópula gaussiana proporciona un entorno natural de la generalización de distribuciones Gaussianas multivariadas. Para el caso bivariado Φ denota la distribución Normal (acumulada) y $\Phi_{\rho,2}$ denota la distribución Gaussiana estándar 2-dimensional con matriz de correlación ρ.

La cópula Gaussiana bivariada con matriz de correlación ρ es, entonces:

$$\mathrm{C}_{\rho,2}(\mathrm{u}_1,\mathrm{u}_2) = \Phi_{\rho,2}\left(\Phi^{-1}(\mathrm{u}_1),\Phi^{-1}(\mathrm{u}_2)\right) \qquad (7)$$

Cuya de densidad es,

$$c_{\rho,2}(u_1, u_2) = \frac{1}{\sqrt{\det \rho}} \exp\left(-\frac{1}{2} y^t(u)(\rho^{-1} - Id)y(u)\right) \quad (8)$$

con $$y^t(u) = \left(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)\right) \quad (9)$$

La cópula gaussiana está completamente determinada por el conocimiento de la matriz del coeficiente de correlación ρ.

Cópula t-Student

La cópula t-Student proporciona una generalización natural de las distribuciones multivariadas t-Student. Para el caso bivariado, una distribución t-Student *2*-dimensional $T_{2,p,\nu}$ con ν grados de libertad y una matriz de correlación ρ se define,

$$T_{2,p,\nu} = \frac{1}{\sqrt{\det \rho}} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)(\pi\nu)^{2/2}} \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \frac{dx}{\left(1+\frac{x^t \rho^{-1} x}{\nu}\right)^{\frac{\nu+2}{2}}} \quad (10)$$

La cópula bivariada t-Student con matriz de correlación ρ y ν grados de libertad es,

$$C_{2,\rho,\nu}(u_1, u_2) = T_{2,p,\nu}\left(T_\nu^{-1}(u_1), T_\nu^{-1}(u_2)\right) \quad (11)$$

Donde T_ν es la distribución univariada t-Student con ν grados de libertad.

La densidad de la copula t-Student es,

$$c_{2,p,\nu}(u_1, u_2) = \frac{1}{\sqrt{\det \rho}} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)\left[\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\right]^{2-1}}{\left[\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)\right]^2} \frac{\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{y_k^2}{\nu}\right)^{\frac{\nu+1}{2}}}{\left(1+\frac{y^t \rho^{-1} y}{\nu}\right)^{\frac{\nu+2}{2}}} \quad (12)$$

con $$y^t = \left(T_\nu^{-1}(u_1), T_\nu^{-1}(u_2)\right) \quad (13)$$

La descripción de la cópula t-Student se basa en dos parámetros: la matriz de correlación ρ (del mismo modo que el caso Gaussiano) y, además, en el número de grados de libertad ν.

En lo que respecta a la estimación de los parámetros de las cópulas elípticas propuestas en este trabajo, dicha estimación es a través de la maximización de su función de log-verosimilitud, es decir, a través del método de máxima verosimilitud.

2.3. Estimación de los parámetros cópula a través de máxima verosimilitud

La estimación de los parámetros de la cópula vía el método de máxima verosimilitud está definida como sigue:

Sea X un vector de v.a.i.i.d. con función de distribución multivariada F y funciones de distribución marginales continuas F_1,..., F_n y sea una cópula con función de densidad,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c\left(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)\right) \prod_{j=1}^{n} f_j\left(x_j\right) \quad (14)$$

La función de log-verosimilitud se define,

$$l(\theta) = \sum_{j=1}^{n} \ln c\left(F_1\left(x_{j,1}\right), \dots, F_n\left(x_{j,n}\right)\right) + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{d} \ln f_i\left(x_{j,i}\right) \quad (15)$$

en donde θ es el conjunto de parámetros tanto de las marginales como de la cópula.

De esta manera, dados el conjunto de marginales y una cópula, la función de log-verosimilitud puede ser maximizada obteniendo de esta forma el estimador de máxima verosimilitud,

$$\theta_{MLE} = \max_{\theta \in \Theta} l(\theta) \quad (16)$$

Una vez estimado el parámetro de la cópula (parámetro de dependencia), se conoce si existe una relación entre dicho parámetro de dependencia y la medida de concordancia Tau de Kendall, como se señala a continuación.

2.4. Medida de dependencia Tau de Kendall con cópula

A partir de las funciones cópula se genera el coeficiente de correlación de rango tau de Kendall. La τ de Kendall es una medida de concordancia que puede obtenerse a partir de la siguiente función cópula:

$$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C_\theta(u_1, u_2) dC_\theta(u_1, u_2) - 1 \quad (17)$$

La integral anterior puede interpretarse como el valor esperado de la función C(U,V) de las variables aleatorias U y V uniformes (0,1), cuya función de distribución conjunta es C, es decir:

$$\tau = 4E(C(U, V)) - 1 \quad (18)$$

A partir de esta información, se procede a generar el parámetro de dependencia tau de Kendall. Si (X_1, X_2) se estipulan en la familia de cópulas elípticas: la cópula normal y la cópula t-Student, con marginales arbitrarias continuas, su τ de Kendall es,

Tabla 1. Parámetro y Tau de Kendall de las Cópulas Elípticas

Cópula	Parámetro	Tau de Kendall
Normal	$\theta \in [-1,1]$	$\frac{2}{\pi}\arcsin\theta$
t-Student		

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, obtenidos los parámetros de correlación de rango tau de Kendall vía las cópulas elípticas propuestas, se prosigue a la implementación de ventanas móviles para un análisis más minucioso de la relación entre los índices IMOR de crédito al consumo.

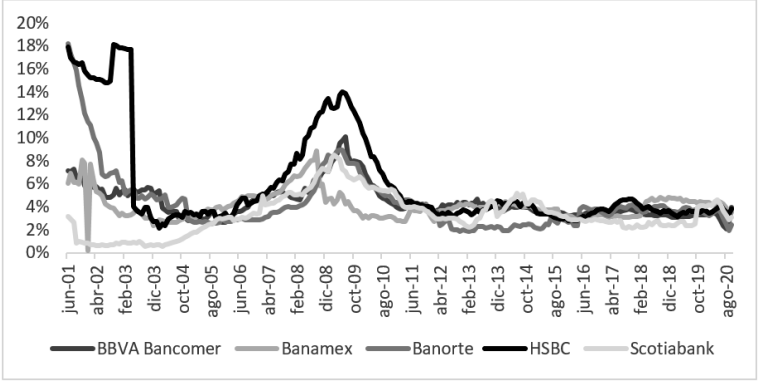
2.5. Ventanas móviles

Se generan ventanas móviles de 60 meses. El procedimiento de las ventanas móviles consiste en subdividir la información por periodos "n" de tiempo, y cada subconjunto de datos de longitud "n" se genera una estimación de los parámetros de interés. Estos subconjuntos se van recorriendo un dato (n+1), hasta concluir con el período de análisis.

Resumiendo, la razón principal por la cual se propone la metodología de cópulas para el análisis de la relación entre los índices de morosidad dentro del crédito al consumo es debido a que los métodos tradicionales como el coeficiente de correlación de Pearson únicamente analizan la relación lineal entre pares de variables, así como al hecho de no verificar con certeza su independencia. Aunado a ello, se implementa un análisis mediante ventanas móviles el cual permite una identificación más precisa de lo acontecido en un intervalo de tiempo específico.

3. Análisis de Resultados

La serie de datos a analizar corresponde a los datos mensuales correspondientes al periodo de mayo del 2001 a octubre de 2020, empleándose datos mensuales, siendo un total de 234 observaciones.

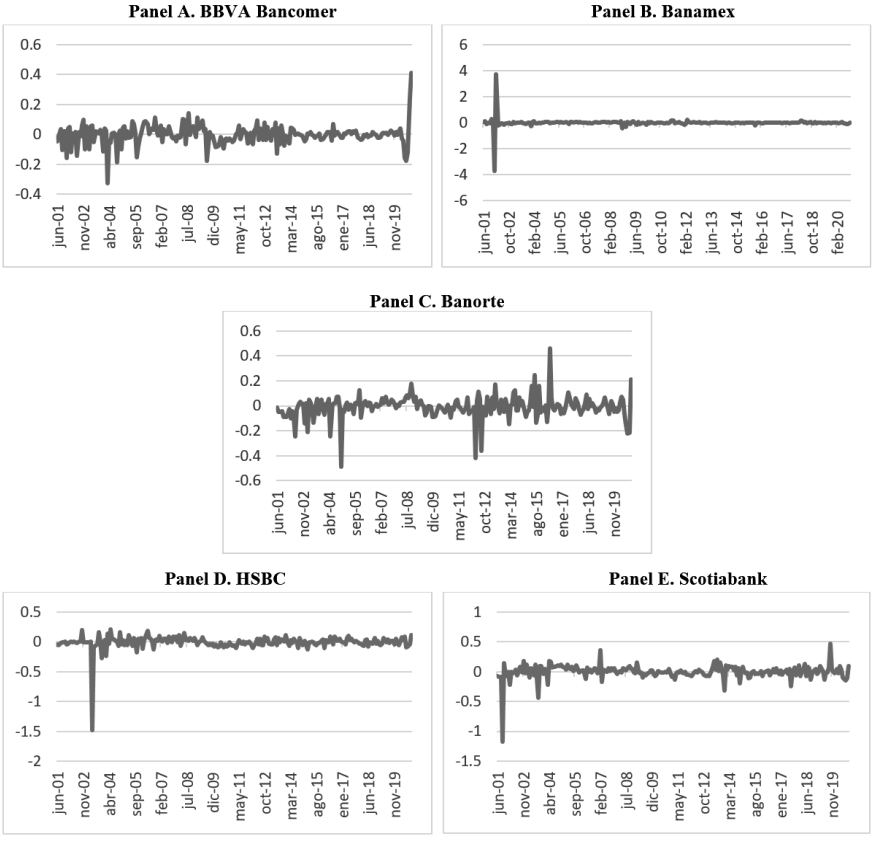


Gráfica 1. IMOR del Crédito al consumo de los bancos seleccionados.
Fuente: Elaboración propia con información de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), 2020.

En el gráfica 1 se observan particularidades marcadas en las series seleccionadas, en un principio todos los índices IMOR de los bancos seleccio-

nados en el año 2008 y 2009 presentan incremento en su comportamiento debido a la crisis financiera mundial derivada por la crisis *subprime* de 2008; y en segundo lugar tomando en perspectiva todo el horizonte temporal bajo análisis existe cierta tendencia estable con base en el umbral del 2 al 5 por ciento, manteniéndose el comportamiento del estadístico la mayor parte entre el 3 y 4 por ciento, aunque cabe decir, resaltan HSBC y Banorte quienes presentan una prolongada caída los primeros años bajo análisis.

Continuando con el análisis, se requieren las primeras diferencias (matemáticamente equivalente a rendimientos)[4] de los índices IMOR de crédito al consumo, de cada uno de los bancos, para posteriormente realizar la estimación propuesta vía la metodología de cópulas con ventanas móviles. La gráfica 2 muestra las primeras diferencias (rendimientos) de los índices IMOR de los bancos bajo análisis.



Gráfica 2. Rendimientos del IMOR del Crédito al consumo de los bancos seleccionados

Fuente: Elaboración propia con información de la CNBV (2020).

4 De aquí en adelante, por ser común y más identificable utilizamos el término rendimientos como homónimo de primeras diferencias.

Para el estudio de la linealidad o no linealidad de los rendimientos del índice IMOR-Consumo, se generan varias pruebas y estadísticos descriptivos de cada una de las series seleccionadas; la tabla 2 da cuenta de ello.

En los cinco bancos puede apreciarse un comportamiento disímil al de la distribución normal en torno a su cartera de morosidad, tanto por la curtosis como la asimetría que presenta la distribución de sus datos. Referente a curtosis sobresalen los altos valores que presenta el IMOR de Banamex y HSBC lo cual indica estas distribuciones son en extremo puntiagudas representando alta concentración de valores con respecto a la media, lo cual se comprueba a través de la gráfica 2 en donde se puede observar Banamex y HSBC muestran menos *clusters* de volatilidad y mayor concentración alrededor del cero; y referente a asimetría resaltan HSBC y Scotiabank mostrando altos valores de asimetría negativa lo cual denota mayor proporción de datos en la cola izquierda de su distribución, esto también puede ser visualizado en la gráfica 2 en donde HSBC y Scotiabank en los primeros años presentan una pronunciada caída en sus rendimientos. En este sentido, la propuesta de este trabajo es apropiada debido a que el análisis vía la metodología de cópula que se propone no recae en su totalidad en linealidad.

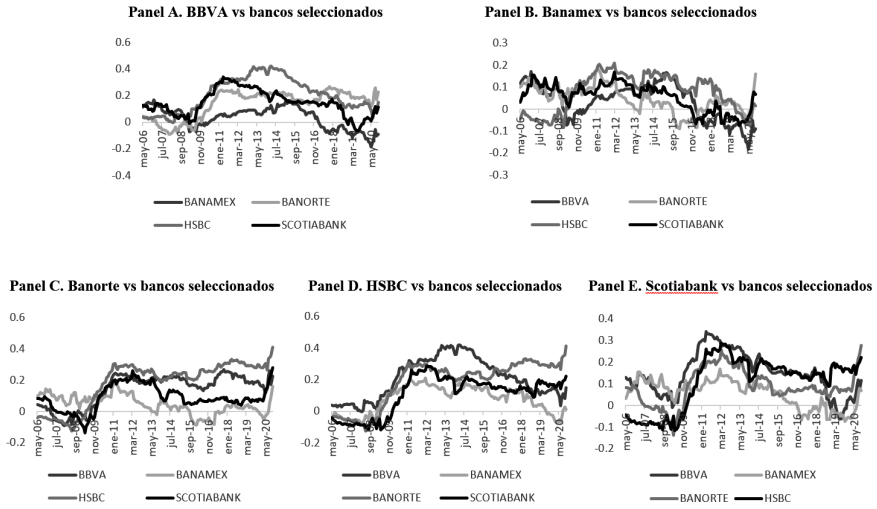
Tabla 2. Estadísticos descriptivos bancos seleccionados

	BBVA Bancomer	Banamex	Banorte	HSBC	Scotiabank
Media	-0.0027	-0.0020	-0.0087	-0.0069	-0.0004
Error típico	0.0043	0.0230	0.0058	0.0076	0.0077
Mediana	0.0002	0.0035	-0.0062	-0.0031	0.0027
Desviación estándar	0.0653	0.3516	0.0882	0.1159	0.1174
Varianza de la muestra	0.0043	0.1236	0.0078	0.0134	0.0138
Curtosis	9.5929	106.2640	9.4177	111.1462	44.3747
Coeficiente de asimetría	0.3708	-0.0174	-0.7850	-8.7906	-4.2619
Rango	0.7358	7.4126	0.9455	1.6836	1.6459
Mínimo	-0.3246	-3.7092	-0.4873	-1.4743	-1.1747
Máximo	0.4112	3.7033	0.4583	0.2093	0.4711
Suma	-0.6344	-0.4673	-2.0364	-1.5978	-0.0892
Cuenta	233	233	233	233	233

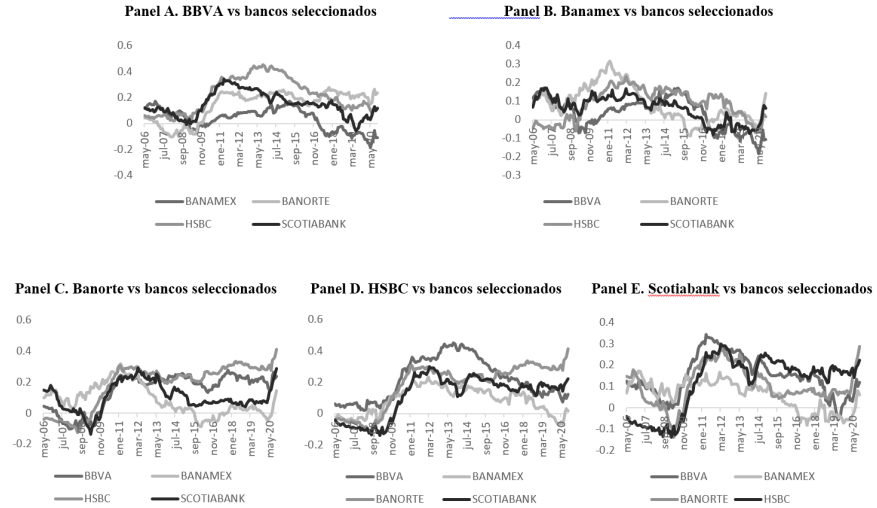
Fuente: Elaboración propia con información de la CNBV (2020).

En lo que respecta a la metodología propuesta en este trabajo, las gráficas 3 y 4 muestran la estimación vía ventanas móviles de los parámetros de dependencia tau de Kendall de las cópulas elípticas. Particularmente, la gráfica 3 muestra las estimaciones obtenidas a través de las cópulas Gaussianas en tanto que la gráfica 4 muestra las estimaciones de las cópulas t-student.

A partir de la metodología propuesta, puede observarse que en los cinco casos los parámetros de dependencia tau de Kendall, tanto en la



Gráfica 3. Parámetro tau de Kendall Cópula Normal.
Fuente: Elaboración propia.



Gráfica 4. Parámetro tau de Kendall Cópula t-Student.
Fuente: Elaboración propia.

cópula Normal como la t-student existe una alta variabilidad a lo largo del periodo de estudio. Se destaca el lapso de tiempo de finales del 2008 a finales del 2011, puesto que existe un incremento considerable en el grado de correlación en el índice de morosidad de los cinco bancos, lo cual es evidencia del impacto de la crisis Subprime y sus posteriores secuelas en México.

Complementando los gráficos precedentes, la tabla 3 que muestra los valores máximos de dependencia, para de este modo confirmar la visualización gráfica. Debe observarse que los valores máximos de los parámetros tau de Kendall se generaron a partir de observaciones del 2006 al 2014, ya que cada uno se obtuvo considerando 60 meses antes de la fecha que se marca en la tabla (debido a las ventanas móviles). Por ejemplo, en el caso del tau de Kendall de la cópula Normal y t student de BBVA vs HSBC el valor máximo está registrado en marzo de 2014 y septiembre de 2013; lo cual quiere decir que se utilizó una ventana de 60 meses (5 años) para la generación de dicho valor, es decir para la estimación de estos valores se tomó en cuenta al IMOR de crédito al consumo a partir del año 2008 y 2009; y así consecutivamente los demás valores reportados en la tabla.

Tabla 3. Valores Máximos de dependencia (Tau de Kendall) durante el periodo de estudio

Cópula Normal					
BBVA vs HSBC			**Banamex vs HSBC**		
Máximo	mar-14	0.4226543	Máximo	feb-12	0.2100962
Banorte vs HSBC			**Scotiabank vs BBVA**		
Máximo	oct-20	0.4132491	Máximo	abr-11	0.3438715
Cópula t-Student					
BBVA vs HSBC			**Banamex vs Banorte**		
Máximo	sep-13	0.4534548	Máximo	feb-11	0.3186527
Banorte vs HSBC			**Scotiabank vs BBVA**		
Máximo	oct-20	0.4133717	Máximo	abr-11	0.3438688

Fuente: Elaboración propia.

En síntesis, se puede decir los valores mayores de dependencia son debidos al efecto que produjo la crisis *subprime*. Aunque cabe resaltar, dicho fenómeno al parecer esta pronto a repetirse en la actualidad debido a la crisis que está ocasionando el SARS-CoV-2; muestra de ello es que en la tabla 3, uno de los valores mayores reportados es en octubre de 2020 (esto quiere decir que los resultados ya empiezan a capturar el efecto de la pandemia por SARS-CoV-2), reportado por los bancos Banorte vs. HSBC.

Analizando a detalle la línea de tiempo, y realizando una contextualización del entorno político y económico, se puede observar cuatro periodos importantes a destacar, el primero, al inicio del gráfico y considerando la temporalidad de las ventanas (60 meses), las estimaciones reflejan una

tendencia a la baja de la dependencia en todos los gráficos, lo anterior como resultado de la transición política que se vivía en el país, ya que en este lapso de tiempo la administración en México daba mayor certidumbre a los empresarios y a la banca en general, y fue justamente en esa etapa de tiempo cuando se colocaron más tarjetas de crédito y créditos personales. Posteriormente, de 2008 a 2012 se observa un incremento generalizado en los índices de morosidad de todos los bancos, como resultado de la crisis *subprime*, que tuvo repercusiones en la economía mexicana. El tercer período de relativa estabilidad crediticia, además de una moderada recuperación de la economía puede en parte atribuirse a la aplicación de las reglas de capitalización de Basilea I. La Comisión Bancaria y de Valores de México se integró al Comité de Basilea para la Supervisión Bancaria en marzo de 2009. Por último, el cuarto período, en 2020 se observa nuevamente una tendencia al alza en la morosidad y dependencia, influenciadas por la crisis mundial ocasionada por el SARS-CoV-2, la cual ha generado una desaceleración económica mundial y muy marcada en México.

Profundizando los análisis anteriores, cabe resaltar que los principales períodos donde puede observarse una marcada relación son aquellos donde los bancos han promovido conjuntamente, en la captación indiscriminada de clientes, como por ejemplo durante la primera década del presente siglo. Otro período de tiempo a resaltar corresponde a la crisis *subprime* de E.U.A. y sus secuelas. En términos generales la desaceleración económica tuvo un impacto negativo en la cartera de crédito al consumo de todas las instituciones; se incrementó la dependencia en la morosidad de todas, lo anterior debido a que la mayoría había otorgado plásticos y créditos personales de manera acelerada e indiscriminada, carentes de análisis crediticio; así, al caer la economía mexicana por la recesión, los cuentahabientes tuvieron dificultades para hacer frente a sus obligaciones contraídas, lo que aunado a la contracción en la oferta de empleo y el poder de adquisición de los salarios, intensificó la cartera vencida de todas las instituciones en similar magnitud.

Finalmente, más adelante, a principios del 2020 se observa nuevamente un incremento en la dependencia entre los índices de morosidad del crédito al consumo, a consecuencia de la desaceleración económica y crisis mundial por el SARS-CoV-2, que han generado incertidumbre y una marcada volatilidad en los créditos de la banca, por los millones de empleos formales e informales que se han perdido como resultado de la contracción económica en general, cabe mencionar, la población se ha visto orillada a idear mecanismos para su subsistencia, principalmente de mecanismos que les ayuden a expandir su ingreso familiar, (como el crédito al consumo, en sus distintas variantes), por ende nuevamente se intensificó la cartera vencida de todas las instituciones.[5] La trascendencia de la metodología propuesta,

5 En julio de 2020 la Comisión Económica para América Latina y el Caribe –CEPAL– estimó que debido a la crisis del covid-19 en México la pérdida de empleos ascendería a un millón de empleos,

teoría de cópulas dinámicas, radica en la magnitud y alcance que tiene esta herramienta para el análisis de dependencia en torno de parámetros económicos y financieros que pueden generar inestabilidad y crisis financiera.

Existen otras metodologías para calcular la correlación o relación entre variables aleatorias, sin embargo, éstas sólo arrojan un estadístico o valor numérico aislado. En cambio, esta investigación ha generado una sucesión de parámetros que se pueden analizar y contextualizar en términos económicos a lo largo del tiempo. Se pudo observar a detalle lo anterior dependiendo del valor del estadístico tau de Kendall, lo que estaba sucediendo en términos económicos en México y en particular en el mercado crediticio de forma más detallada. El análisis de la cartera de crédito al consumo en México mediante estas funciones ha servido para enmarcar la importancia que tiene el impacto de una variable financiera que en un principio pudiera parecer independiente (la cartera vencida de un banco), con respecto a aquellas que la rodean (demás instituciones en el mercado), en términos de asociación. Otra de las ventajas de estas funciones dentro del contexto de la investigación es el hecho de que cada una de las marginales que se han utilizado tiene un comportamiento disímil al lineal, lo cual en términos estadísticos es difícil analizar debido a las características de los datos. El uso de estas funciones dinámicas ha arrojado distintos tipos de estructuras de dependencia a lo largo de la línea de tiempo.

4. Conclusiones

Examinando el comportamiento del crédito al consumo en México permite concluir que en períodos de inestabilidad y crisis económicas. Existe un alto grado de asociación en la cartera de crédito vencida y el índice de morosidad de los bancos seleccionados (particularmente en épocas de inestabilidad financiera o cambios de política económica). Del mismo modo, se ha evidenciado un comportamiento semejante, en cierto sentido oligopolíco, de las políticas crediticias bancarias en México. Las altas tasas de interés, así como el margen de intermediación en parte se justifican por las características económicas del país, así como debido al riesgo país que éste representa para dichas instituciones. Sin embargo, las altas tasas de interés en el crédito al consumo también se han debido a un círculo perverso dentro de la dinámica bancaria: Un ejercicio exacerbado por ampliar y penetrar un mercado crediticio reducido dando lugar a un acceso al crédito al consumo fácil, sin muchas restricciones, y falto de análisis sobre la capacidad de pago de los acreditados; esto ha provocado que las

representando 4.9 por ciento respecto del inicio del año. Esta pérdida de empleos incrementaría la pobreza en 7.6 por ciento, cambiando de 41.9 millones de personas en 2019 a 49.5 millones de personas en 2020; más aún, se estimó que la pobreza extrema crecerá 6.3 por ciento, pasando de 11.6 millones a 17.4 millones (Martínez, 2020).

grandes grupos familiares se endeuden sin importar su nivel de ingreso y capacidad de pago.

Este proceso crea un *crowding out effect* que disminuye la capacidad crediticia de los bancos y consiguientemente el crédito para las actividades productivas decrece, lo que conlleva a un alza generalizada en las tasas de interés y un bajo crecimiento económico. Por su parte, un porcentaje creciente de los acreditados terminan utilizando los recursos adquiridos para solventar algún bien o servicio que no genera ninguna utilidad (que pudiera ser utilizado para restituir su deuda) y consiguientemente su capacidad de pago se deteriora y caen en la insolvencia. Para cubrir pérdidas los bancos incrementan nuevamente las tasas de interés y demás costos de sus servicios – justos pagan por pecadores. Bajo condiciones macroeconómicas difíciles los índices de moratoria se incrementan aceleradamente lo que puede dar lugar a corridas bancarias y una crisis sistémica bancaria que conlleve a una crisis generalizada de la economía transmitiéndose mediante otros canales como son concurrentes caídas bursátiles, depreciaciones del tipo de cambio, y déficits comerciales y del presupuesto público.

Es importante puntualizar que este trabajo es pionero en el análisis del grado de dependencia del índice de morosidad de instituciones bancarias en América Latina con funciones cópula, lo anterior debido a que en esta región existe una alta volatilidad y probabilidad de impago, lo cual dificulta hacer análisis de este tipo con metodologías tradicionales de análisis de correlación. Es necesario utilizar entonces herramientas que capturen estos periodos de alta volatilidad sin las restricciones de linealidad o normalidad como la mayoría de los modelos requieren.

La evidencia empírica mostró que quedó evidenciada la dependencia del índice IMOR en determinados periodos de tiempo. Se destaca el periodo de finales del 2008 a finales de 2011, y desde principios del 2020 hasta las últimas observaciones de ese año, puesto que se presentó un alto grado de correlación con respecto al incremento del índice de morosidad de los cinco bancos estudiados, lo cual es evidencia del impacto de la crisis *Suprime* (2008) y sus posteriores secuelas en México así como del efecto de la crisis del COVID que han afectado a toda la economía. En este respecto, los análisis de dependencia de los índices IMOR constituyen un valioso indicador adelantado de nocivos patrones de cambio del crédito al consumo.

Por último, la situación actual del mercado crediticio en México se encuentra en una situación crítica, puesto que la cartera de crédito se encuentra principalmente concentrada en tres de las cinco instituciones que hemos seleccionado, BBVA Bancomer (España), Banorte (México) y Banamex (E.U.A), dos de los cuales son bancos con capital extranjero y todos obtienen exorbitantes utilidades y beneficios que salen de México a sus filiales en otros países. Es un hecho que ante la *crisis Covid,* el panorama para

todas las economías, y en particular el de México es poco alentador. Más de cien mil personas han perdido la vida y quienes han logrado sobrevivir deben lidiar con una "nueva normalidad" que cada vez afecta más la salud y economía en todos los estratos de la población. Es evidente que ante un fenómeno de esta magnitud deben existir repercusiones a todos los niveles y las personas buscaran obtener recursos donde los encuentren, y muchos de ellos no lograran cubrir sus deudas, por las condiciones económicas. En este respecto, los hallazgos de la presente investigación sugieren que es imperativo medir continuamente la dependencia entre los índices de morosidad bancarios con modelos que precisen sus cambios y niveles como la teoría de copulas utilizada en el presente estudio; igualmente, también se sugiere es necesario urgir al sector bancario una cuidadosa administración del crédito y sus riesgos e impactos, así como una permanente supervisión preventiva por parte de las autoridades regulatorias.

En futuras investigaciones, se planea analizar el comportamiento de este índice en América Latina, así como la comparación con otros sectores dentro de la cartera de crédito de la banca, como el empresarial, hipotecario, gubernamental, etc.

Referencias bibliográficas

Basilio, E. & López, T. S. (2017). Desarrollo Financiero y Bajo financiamiento a la Producción en México. En: Arias, E. J. y Cruz, F. (Coord.), *Segmentación Bancaria, financiamiento de la inversión y crecimiento económico en economías emergentes*, (pp.75-116). Estado de México, México: Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM. https://doi.org/10.2307/j.ctv6mtc5d.5

Chavarín, R. (2015). Morosidad en el pago de créditos y rentabilidad de la banca comercial en México. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas. Nueva Época*, 10(1), 71-83. https://doi.org/10.21919/remef.v10i1.67

Comisión Nacional Bancaria y de Valores. (2020). *Información estadística de Banca Múltiple.* https://www.gob.mx/cnbv

Contreras, L. A. (2020). Morosidad de la cartera de crédito al consumo y su incidencia en la rentabilidad y liquidez del Banco Mercantil, Banco Universal. *Gestión y Desarrollo Libre*, 5(9), 1-22. http://www.unilibrecucuta.edu.co/ojs/index.php/gestionyd/article/view/454/0

Díaz, C. M., & Del Valle, Y. (2017). Riesgo financiero en los créditos al consumo del sistema bancario venezolano 2008-2015. *Revista Orbis*, 13(37), 20-40. https://www.redalyc.org/pdf/709/70952383002.pdf

Díaz, M. J. (2014). *La morosidad: cobro y prevención.* Jaén, España: Formación Alcalá.

Hill, P.D. (1985). Kernel estimation of a distribution function. *Communications in Statistics - Theory and Methods*. 14(3), 605-620. https://doi.org/10.1080/03610928508828937

Maldonado, D. & Pazmiño M. (2008). Nuevas Herramientas para la Administración del Riesgo Crediticio. El caso de una Cartera Crediticia Ecuatoriana. *Cuestiones Económicas*, 24(2), 5-75. https://www.bce.ec/cuestiones_economicas/images/PDFS/2008/No2/Vol.24-2-2008DiegoMaldonadoyMarielaPazmino.pdf

Martínez, N. (2020). Pasarán a la pobreza 49.5 millones de personas en México al terminar 2020: CEPAL. *El Sol de México.* https://www.elsoldemexico.com.mx/finanzas/pasaran-a-la-pobreza-49.5-millones-de-personas-en-mexico-al-terminar-2020-cepal-5561434.html

Raccanello, K. & Romero D. A. (2012). Prácticas predatorias y crédito al consumidor. *Eseconomía,* 7(36), 7-43.
http://yuss.me/revistas/ese/ese2012v07n36a01p007_043.pdf

Saiag, H. (2020). El crédito al consumo en los sectores populares argentinos. Entre inclusión y explotación (Rosario, 2009-2015). *Cuadernos de Antropología Social*, (51), 91-112. https://doi.org/10.34096/cas.i51.8239

Sklar, A. (1959). Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges. *Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris*, 8, 229-231. https://www.scirp.org/(S(351jmbntvnsjt1aadkposzje))/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1834923

Úbeda, M. & Fernández, J. (2017). Sklar's theorem: The cornerstone of the Theory of Copulas. En: Úbeda, M.; de Amo, E.; Durante, F. & Fernández, J. (eds). Copulas and Dependence Models with Applications. (pp. 241-258). Cham, Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-64221-5_15

Valdiviezo, P. G. (2019). Diseño de modelo Credit Scoring para evaluación del riesgo crediticio de la cartera de créditos consumo de la Caja Trujillo: 2011–2018. (Trabajo de grado). Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú. https://dspace.unitru.edu.pe/bitstream/handle/UNITRU/13493/valdiviezogonzalez_patricia.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Zuchini, W. (2003). *Applied Smoothing Techniques. Part 1: Kernel density estimation*. Göttingen, Gernany: Georg-August-Universität Göttingen.
http://staff.ustc.edu.cn/~zwp/teach/Math-Stat/kernel.pdf